Cifre significative

INTRODUZIONE. La trattazione che segue si propone di dare allo studente alcune utili regole di procedura, ma non pretende di sostituire la trattazione rigorosa di un testo di teoria della misura.

Il valore numerico di ogni misura osservata è un'approssimazione. Nessuna misura fisica, come massa, lunghezza, tempo, volume, velocità, è mai corretta in modo assoluto. L'accuratezza (affidabilità) di qualunque misurazione è limitata dall'affidabilità dello strumento di misura, che non è mai assolutamente preciso.

Si supponga che la lunghezza di un oggetto risulti essere di 15,7 cm. Per convenzione, ciò significa che la lunghezza è stata misurata con *l'approssimazione del* decimo di centimetro, e che il suo esatto valore è posto fra i 15,65 e i 15,75 cm. Se questa misurazione fosse esatta con l'approssimazione del centesimo di centimetro, il valore della misurazione si sarebbe detto essere di 15,70 cm. Il valore 15,7 cm è espresso da *tre cifre significative* (1, 5, 7), mentre il valore 15,70 è espresso da *quattro cifre significative* (1, 5, 7, 0). Si dice significativa una cifra di cui si riconosca un'accettabile affidabilità.

Analogamente, una misura di 3,4062 g per una massa osservata con una bilancia analitica sta a significare che la massa è stata determinata con un'approssimazione di un decimo di milligrammo ed è espressa da cinque cifre significative (3, 4, 0, 6, 2), in cui l'ultima cifra (2) è sufficientemente corretta e garantisce l'esattezza delle quattro cifre precedenti.

Nelle misurazioni elementari, fisiche e chimiche, viene stimata l'ultima cifra e viene considerata come significativa.

ZERI. Una massa che misura 28 g è espressa da due cifre significative (2, 8). Se la stessa misura venisse espressa sotto forma di 0,028 kg, conterrebbe ancora solo due cifre significative. Gli zeri che compaiono come prime cifre di un numero non sono considerati cifre significative, poiché servono semplicemente a fissare la posizione della virgola decimale. Comunque, i valori 0,0280 kg e 0,280 kg sono espressi ambedue da tre cifre significative (2, 8 e l'ultimo zero), mentre il valore 1,028 kg contiene quattro cifre significative (1, 0, 2, 8); e il valore 1,0280 kg è espresso da cinque cifre significative (1, 0, 2, 8, 0). Analogamente, il valore 209,00 (peso atomico del bismuto) contiene cinque cifre significative.

L'affermazione che il peso di un corpo è di 9800 kg non indica in modo definitivo l'accuratezza della misura: gli ultimi due zeri potrebbero essere stati utilizzati solo per indicare la posizione della virgola decimale. Se la misura aveva un'approssimazione di cento kilogrammi, il valore del peso contiene solo due cifre significative e si può scrivere con notazione esponenziale come $9{,}8 \times 10^3$ kg. Se il peso è stato valutato con un'approssimazione di dieci kilogrammi, lo si può scrivere come $9{,}80 \times 10^3$ kg, il che indica che il valore è espresso con tre cifre significative. Poiché in questo caso lo zero non è utilizzato per fissare la posizione della virgola decimale, bisogna considerarlo in questo caso come cifra significativa. Se il corpo è stato pesato con l'approssimazione di 1 kg, il peso si può scrivere come $9{,}800 \times 10^3$ kg (quattro cifre significative). Analogamente, l'affermazione che la velocità della luce è 380000 km/s è accurata fino a tre cifre significative, perché questo valore ha un'approssimazione solo di 1000 km/s. Per evitare confusioni, il valore si può scrivere come $3{,}80 \times 10^5$ km/s (E' abitudine porre la virgola decimale dopo la prima cifra significativa).

ARROTONDAMENTO. Un numero si può arrotondare in modo da contenere un determinato numero di cifre significative troncandolo prima dell'ultima o delle ultime cifre a destra. Quando l'ultima cifra che viene eliminata partendo da destra è minore di 5, la prima cifra che viene mantenuta resta invariata; quando invece la cifra da eliminare è maggiore di 5, alla prima cifra che viene mantenuta si aggiunge un'unità. Se la cifra da eliminare è esattamente 5, si aggiunge un'unità alla cifra che la precede solo se questa è dispari, altrimenti la si mantiene invariata. Così le successive approssimazioni di 3,14159 sono 3,1416; 3,142; 3,14; 3,1; 3. La quantità 51,75 g si può arrotondare a 51,8 g; 51,65 g a 51,6 g; 51,85 g a 51,8 g.

ADDIZIONE E SOTTRAZIONE. Il risultato verrà arrotondato al termine dell'operazione, in modo da mantenere solo le cifre in linea con colonne contenenti tutte cifre significative.

Esempi. Sommare le seguenti quantità espresse in grammi.

(1)	(2)	(3)	(4)
25,340	58,0	4,20	415,5
5,465	0,0038	1,6523	3,64
0,322	0,00001	0,015	0,238
31,127 g (*Sol.*)	58,00381	5,8673	419,378
	= 58,0 g (*Sol.*)	= 5,87 g (*Sol.*)	= 419,4 g (*Sol.*)

MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE. Il risultato deve venir arrotondato in modo da contenere solo tante cifre significative quante ne sono contenute nel più piccolo fattore.

Ad esempio, quando si moltiplica 7,485 per 8,61, o si divide 0,1342 per 1,52, i risultati dovranno avere tre cifre significative.

Consideriamo la divisione $\frac{9,84}{9,3} = 1,06$. con tre cifre significative. Ma per la regola appena data, il risultato dovrà avere due cifre significative, ed essere quindi 1,1.

Tuttavia, una differenza di 1 all'ultimo posto di 9,3 ($9,3 \pm 0,1$) rimane compresa in un errore di circa l'1%, mentre una differenza di 1 all'ultimo posto di 1,1 ($1,1 \pm 0,1$) contiene un errore che è ben del 10%. Quindi la soluzione 1,1 ha una percentuale di accuratezza molto più bassa che non il valore 9,3. Pertanto in questo caso la risposta dovrà essere 1,06, poiché una differenza di un'unità all'ultimo posto del minimo fattore utilizzato nel calcolo (9,3) contiene una percentuale d'errore quasi uguale (circa l'1%) alla differenza di un'unità all'ultimo posto di 1,06 ($1,06 \pm 0,01$). Analogamente $0,92 \times 1,13 = 1,04$.

In quasi tutti i calcoli scientifici e commerciali si richiede una precisione che va da due a quattro significative. Pertanto si consiglia allo studente l'uso di un regolo di 25 cm, che è accurato fino alla terza o quarta cifra significativa, o delle tavole logaritmiche in Appendice, che sono accurate fino alla quarta cifra significativa. Un buon uso del regolo o delle tavole risparmierà molto tempo nei calcoli pur senza nulla sacrificare all'accuratezza.

ESERCIZI

1. Quante cifre significative contengono le seguenti quantità?

a) 454 g *b*) 2,2 kg *c*) 2,205 kg *d*) 0,3937 cm *e*) 0,0353 m *f*) 1,0080 g *g*) 14,0 ml *h*) $9,3 \times 10^7$ km *i*) $1,118 \times 10^{-3}$ g *j*) 1030 g/cm^2 *k*) 125 000 kg

Sol. *a*) 3; *b*) 2; *c*) 4; *d*) 4; *e*) 3; *f*) 5; *g*) 3; *h*) 2; *i*) 4; *j*) 3 o 4; *k*) 3, 4, 5 o 6

2. Sommare:

a)	*b*)	*c*)	*d*)
703 g	18,425 cm	0,0035 *l*	4,0 kg
7 g	7,21 cm	0,097 *l*	0,632 kg
0,66 g	5,0 cm	0,225 *l*	0,148 kg

Sol. *a*) 711 g *b*) 30,6 cm *c*) 0,326 *l* *d*) 4,8 kg

3. Sottrarre:

a)	*b*)	*c*)
7,26 kg	562,4 m	34 kg
0,2 kg	16,8 m	0,2 kg

Sol. *a*) 7,1 kg *b*) 545,6 m *c*) 34 kg

4. Moltiplicare: *a*) $2,21 \times 0,3$ *b*) $72,4 \times 0,084$ *c*) $2,02 \times 4,113$ *d*) $107,88 \times 0,610$ *e*) $12,4 \times 84$ *f*) $72,4 \times 8,6$

Sol. *a*) 0,7 *b*) 6,1 *c*) 8,31 *d*) 65,8 *e*) $1,04 \times 10^3$ *f*) $6,2 \times 10^2$

5. Dividere: *a*) $\frac{97,52}{2,54}$ *b*) $\frac{14,28}{0,714}$ *c*) $\frac{0,032}{0,004}$ *d*) $\frac{9,8}{9,3}$

Sol. *a*) 38,4 *b*) 20,0 *c*) 8 *d*) 1,05